

"Затверджую"

\_.07.2022 р.

Ректор

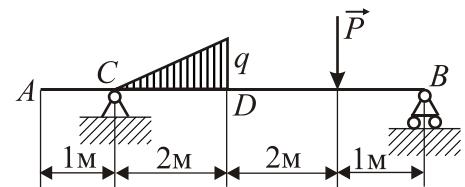
проф. В. П. Мельник

N особової справи \_\_\_\_\_ Варіант \_\_\_\_\_

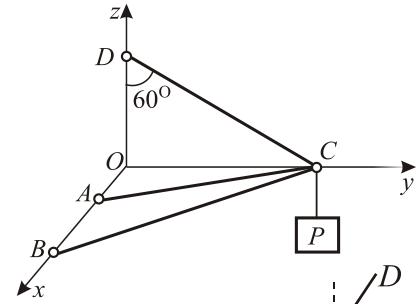
**СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 113 "ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА"  
(спеціалізація «Теоретична та прикладна механіка»)**

**Вказівки:** Розв'яжіть завдання і в дужках (....) запишіть відповіді десятковим дробом. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається. За кожну правильну відповідь на завдання студент отримує 2 бали.

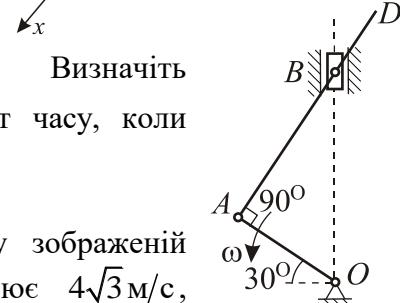
1. (.....). На горизонтальну балку  $AB$  діє сила  $P = 4 \text{ Н}$ ; на ділянці  $CD$  інтенсивність навантаження змінюється за лінійним законом, причому  $q = 3 \text{ Н/м}$ . Визначити у ньютонах модуль реакції опори у точці  $B$ .



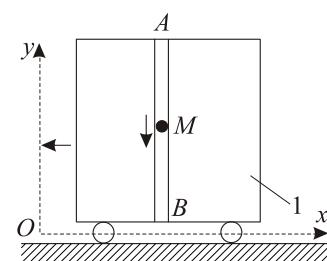
2. (.....). Тягарець вагою  $P = 300 \text{ Н}$  утримується трьома прямолінійними невагомими стрижнями. Визначити у ньютонах величину зусилля в стрижні  $DC$ , якщо  $\angle ODC = 60^\circ$ ,  $\angle OAC = 60^\circ$ ,  $\angle OBC = 30^\circ$ .



3. (.....). Задане рівняння руху точки в полярних координатах  $\varphi = 0,5t^2$  (у радіанах),  $r = 0,5t$  (у метрах). Визначіть трансверсальну складову швидкості точки у м/с у момент часу, коли полярний радіус  $r = 2 \text{ м}$ .



4. (.....). Визначити величину швидкості точки  $A$  у зображеній конфігурації механізму, якщо швидкість точки  $B$  дорівнює  $4\sqrt{3} \text{ м/с}$ ,  $AB = 2 \text{ м}$  (результат вказати у м/с).

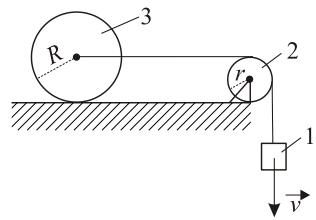


5. (.....). Тіло 1 рухається у від'ємному напрямку осі  $Ox$  зі сталою швидкістю  $3 \text{ м/с}$ . Точка  $M$  рухається від точки  $A$  до точки  $B$  зі сталою швидкістю  $4 \text{ м/с}$ . Визначити величину абсолютної швидкості точки  $M$  (результат вказати у м/с).

6. (.....). Бруск масою  $m = 2 \text{ кг}$  штовхнули зі швидкістю  $v_0 = 117,6\sqrt{2} \text{ м/с}$  догори по похилій шорсткій поверхні, що нахиlena під кутом  $45^\circ$  до горизонталі. Обчисліть час

$T$  у секундах, протягом якого тіло рухалося до зупинки, якщо коефіцієнт тертя  $f = 0,2$ ;  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

7. (.....). Система складається з колеса 3 радіуса  $R = 0,2 \text{ м}$ , шківа 2 радіуса  $r = 0,5R$ , який може обертатися навколо нерухомого центру, та вантажу 1, який опускається зі швидкістю  $v = 2 \text{ м/с}$ . Маси тіл відповідно дорівнюють  $m_1 = 1 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 2 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 4 \text{ кг}$ . Тіла 2 та 3 вважати однорідними дисками. Визначити кінетичну енергію тіла 3 у  $\text{Н}\cdot\text{м}$ .



8. (.....). Компоненти вектора переміщень у пружному середовищі задані формулами  $u = \frac{0,001x}{x^2 + y^2 + z^2}$ ;  $v = \frac{0,001y}{x^2 + y^2 + z^2}$ ;  $w = \frac{0,001z}{x^2 + y^2 + z^2}$ . Обчислити компоненту тензора деформацій Коші  $\varepsilon_{13}$  у точці  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $z = 1$ .

9. (.....). Для тензора малих деформацій  $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,01 & 0,0005 & 0,0002 \\ 0,0005 & -0,05 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,007 \end{pmatrix}$  обчислити  $\theta \cdot 10^4$ , де  $\theta$  – об’ємне розширення.

10. (.....). Обчислити компоненту тензора напружень  $\sigma_{22}$ , якщо сталі Ляме дорівнюють  $\lambda = 20 \text{ ГПа}$ ,  $\mu = 15 \text{ ГПа}$  і тензор деформацій  $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0,001 & 0,00015 & 0,0002 \\ 0,00015 & 0,005 & 0 \\ 0,0002 & 0 & 0,0007 \end{pmatrix}$ .

11. (.....). За тензором напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 0 & -700 \\ 800 & -700 & -200 \end{pmatrix}$  обчислити середнє напруження.

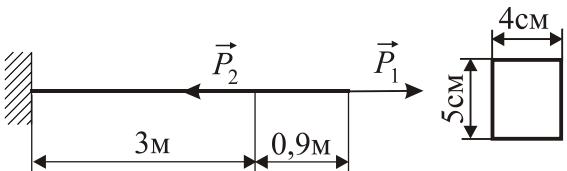
12. (.....). За тензором напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 500 & 500 & 800 \\ 500 & 0 & -700 \\ 800 & -700 & -200 \end{pmatrix}$  обчислити першу компоненту вектора напружень на площині з нормаллю  $\vec{N}(0,5; 0,5; 0,25)$ .

13. (.....). Для тензора напружень  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 150 & 500 & 800 \\ 500 & 300 & -700 \\ 800 & -700 & 150 \end{pmatrix}$  обчислити  $3\sigma_N$ , де  $\sigma_N$  – нормальнє напруження на рівнонахиленій до осей координат площині.

14. (.....). Закон Гука за чистого зсуву має вигляд:

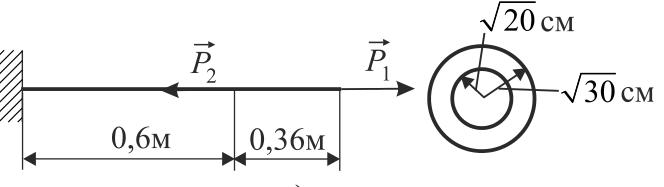
$$1). \tau = \frac{G}{\gamma}; 2). \tau = G\gamma; 3). G = \tau\gamma; 4). \gamma = \frac{G}{\tau}.$$

15. (.....). На стрижень прямокутного поперечного перерізу висоти 5 см і ширини 4 см діють сили  $P_1 = 3 \text{ кН}$ ,  $P_2 = 3,6 \text{ кН}$ . Модуль пружності матеріалу з якого виготовлений



стрижень –  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Обчислити максимальні за величиною нормальні напруження (відповідь подати у МПа, зазначивши знак напружень).

16. (.....). На пустотілий стрижень круглого поперечного перерізу з зовнішнім радіусом  $\sqrt{30}$  см і внутрішнім  $\sqrt{20}$  см діють сили  $P_1=6\pi$  кН,  $P_2=14,4\pi$  кН. Модуль пружності матеріалу з якого виготовлений стрижень –  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Обчислити максимальні за величиною нормальні напруження (відповідь подати у МПа, зазначивши знак напружень).



17. (.....). Обчислити  $\log_2 \log_3(5^a)$ , якщо  $a = \log_5 81$ .

18. (.....). Знайти найменше число в області визначення функції  $y = \sqrt{1 - 4x^2}$ .

19. (.....). Обчислити  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .

20. (.....). Знайти значення похідної функції  $f(x) = x^x$  у точці  $x = 1$ .

21. (.....). Серед первісних  $F(x)$  функції  $f = x \sin x + x$  вибрати таку, що  $F(\pi) = \pi + 0.375 \pi^2$ . У відповідь записати  $F(\pi/2)$ .

22. (.....). Яке серед поданих рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| 1) $\cos yy' = \sin y + 3x + 1;$ | 2) $y' - xy^2 = 2xy;$  |
| 3) $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0;$  | 4) $\frac{3x^2 + y^2}{y^2}dx + \frac{2x^3 + 5y}{y^3}dy = 0.$ |

23. (.....). Знайти розв'язок  $y = y(x)$  задачі Коші  $y'' + y = \operatorname{tg} x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . У відповідь записати значення  $y(2\pi)$ .

24. (.....). Який з наведених нижче масивів складається з дійсних чисел?

- |                              |                                |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) a:array [1..10] of chart; | 2) a:array [1..20] of integer; |
| 3) a:array [1..15] of real;  | 4) a:array [1..10] of boolean; |

25. (.....). Яким буде значення параметру  $S$  після виконання циклу?

```

m:=1; S:=0;
while m<5 do
begin
  S:=S+m;
  m:=m+1;
end;

```